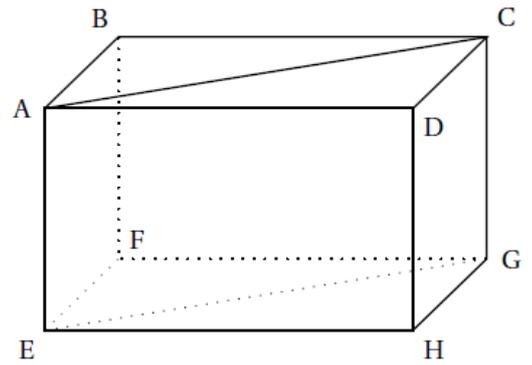


Fiche Brevet géométrie dans l'espace

Exercice 1: *Sujet France sud juin 2004*

On considère le pavé droit ABCDEFGH représenté ci-dessous :
Observer la figure et compléter le tableau ci-dessous (annexe 1 de votre sujet). Sans justification.

OBJET	NATURE DE L'OBJET
Triangle ABC	triangle rectangle
Angle \widehat{ABF}	90°
Quadrilatère ABFE	rectangle
Angle \widehat{ACG}	90°
Quadrilatère ACEG	rectangle



Exercice 2:

Sujet Asie juin 2006

On considère un cylindre en bois de diamètre 12 cm et de hauteur 18 cm.

- 1) Exprimer le volume du cylindre en fonction de π .

Le volume du cylindre est $\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}$. Comme le diamètre de la base vaut 12cm, son rayon vaut 6cm. On trouve alors pour le volume $\pi \times 6^2 \times 18 = 648 \pi \text{ cm}^3$

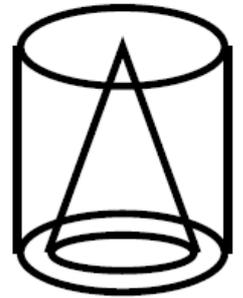
- 2) On creuse dans ce cylindre un cône de rayon 4 cm et de hauteur 18 cm. Montrer que, en cm^3 , la valeur exacte de la partie restante est 552π .

Le volume du cône est $\frac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$ soit $\frac{\pi \times 4^2 \times 18}{3} = 96 \pi \text{ cm}^3$

Le volume de la partie restante est alors $648 \pi \text{ cm}^3 - 96 \pi \text{ cm}^3 = 552\pi \text{ cm}^3$

- 3) Quelle fraction du volume du cylindre le volume restant représente-t-il ? Exprimer cette fraction en pourcentage ; l'arrondir au dixième.

Le volume restant représente $\frac{552\pi}{648\pi} \times 100$ soit 85,2% du volume du cylindre.



Exercice 3 :

Sujet Polynésie septembre 2005

Le dessin ci-contre représente la Terre qui est assimilée à une sphère de 6 370 km de rayon. Le cercle de centre O passant par M représente l'équateur. Le point L représente la ville de Londres. L est situé sur la sphère et sur le cercle de centre S (voir figure).

On admettra que l'angle \widehat{LSO} est un angle droit. On donne $OS = 4\,880 \text{ km}$.

- 1) Calculer SL au km près.

Au triangle SLO rectangle en S, on applique le théorème de Pythagore :

$$OL^2 = OS^2 + SL^2$$

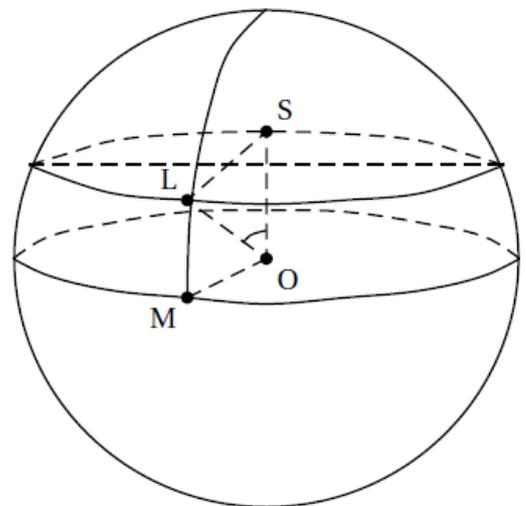
Soit $6\,370^2 = 4\,880^2 + SL^2$

D'où $SL^2 = 6370^2 - 4880^2$

Donc $SL^2 = 16762500$

Soit $SL = \sqrt{16762500}$

Donc $SL \approx 4\,094 \text{ km}$

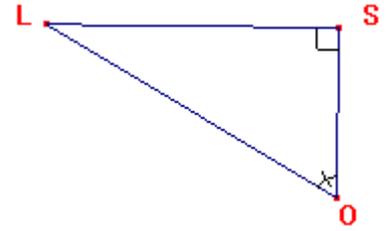


2) Calculer la mesure de l'angle \widehat{SOL} et arrondir au degré près.

On va appliquer la trigonométrie au triangle SLO rectangle en S
On connaît la mesure de la longueur des cotés OS et OL qui sont respectivement le côté adjacent à l'angle \widehat{SOL} et l'hypoténuse de triangle rectangle; on utilise alors cosinus.

$$\cos \widehat{SOL} = \frac{OS}{OL} = \frac{4880}{6370}$$

$$\text{D'où } \widehat{SOL} \approx 40^\circ$$



3) En déduire au degré près la latitude Nord de Londres par rapport à l'équateur, c'est à dire l'angle \widehat{LOM} .

Les angles \widehat{SOL} et \widehat{LOM} sont complémentaires (leur somme vaut 90°); on a donc

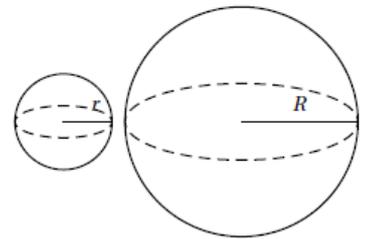
$$\widehat{LOM} \approx 50^\circ$$

Exercice 4 :

Sujet Nouvelle-Calédonie mars 2009

Une petite sphère a pour rayon r . Une grande sphère a pour rayon R , tel que $R = 3r$.

Soient v le volume de la petite sphère et V le volume de la grande sphère. Quelle égalité est vraie ?



- ◇ Réponse A : $V = 3v$ ◇ Réponse B : $V = 9v$ ◇ Réponse C : $V = 27v$

Comme le coefficient d'agrandissement est 3, les volumes sont multipliés par $3^3 = 27$. Donc **réponse C**.

Exercice 5:

Sujet Asie juin 2009

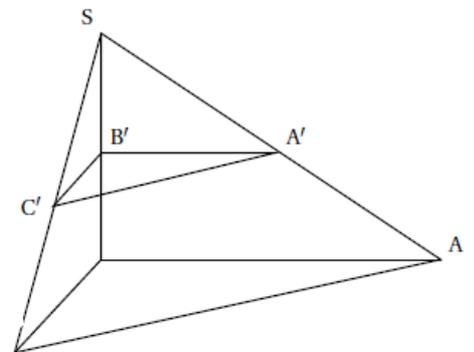
La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur. On ne demande pas de la reproduire.

SABC est une pyramide telle que :

- la base ABC est un triangle rectangle en B,
- $AC = 5,2$ cm et $BC = 2$ cm,
- la hauteur [SB] de la pyramide mesure 3 cm.

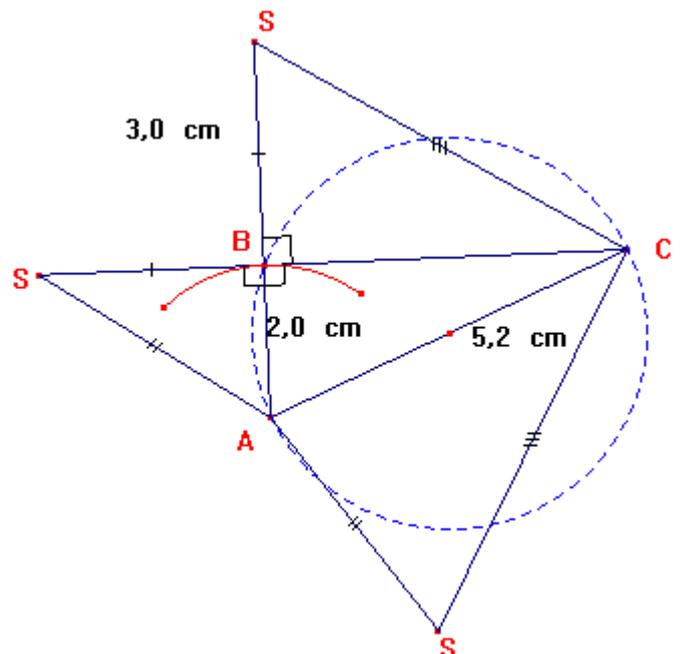
On rappelle que la formule de calcul du volume d'une pyramide est :

$$V = \frac{1}{3} B \times h \quad \text{où } B \text{ est l'aire d'une base et } h \text{ la hauteur associée. } C$$



1) Construire un patron en vraie grandeur de la pyramide SABC.

Pour construire le triangle ABC, on peut utiliser le cercle de diamètre [AC]. Pour la suite du patron, on reporte les longueurs au compas.



2) Montrer que : $AB = 4,8 \text{ cm}$.

Appliquons le théorème de Pythagore au triangle ABC rectangle en B :

$$AC^2 = AB^2 + BC^2$$

soit $5,2^2 = AB^2 + 2^2$

donc $AB^2 = 5,2^2 - 2^2 = 23,04$

d'où $AB = \sqrt{23,04} = 4,8 \text{ cm}$

3) Calculer le volume de la pyramide SABC en cm^3 .

L'aire du triangle rectangle ABC est $\frac{AB \times BC}{2} = \frac{4,8 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}}{2} = 4,8 \text{ cm}^2$

En utilisant la formule $V = \frac{1}{3} B \times h$, on trouve $V = \frac{1}{3} \times 4,8 \text{ cm}^2 \times 3 \text{ cm} = 4,8 \text{ cm}^3$

4) On coupe la pyramide SABC par un plan parallèle à sa base pour obtenir une pyramide SA'B'C' telle que $SB' = 1,5 \text{ cm}$. Calculer le volume de la pyramide SA'B'C' en cm^3 .

Le coefficient de réduction est $\frac{1}{2}$ car $SB' = \frac{1}{2} SB$. Le volume de la pyramide SA'B'C' est

obtenu en multipliant celui de la pyramide SABC par $\frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$. Il vaut $4,8 \text{ cm}^3 \times \frac{1}{8} = 0,6 \text{ cm}^3$