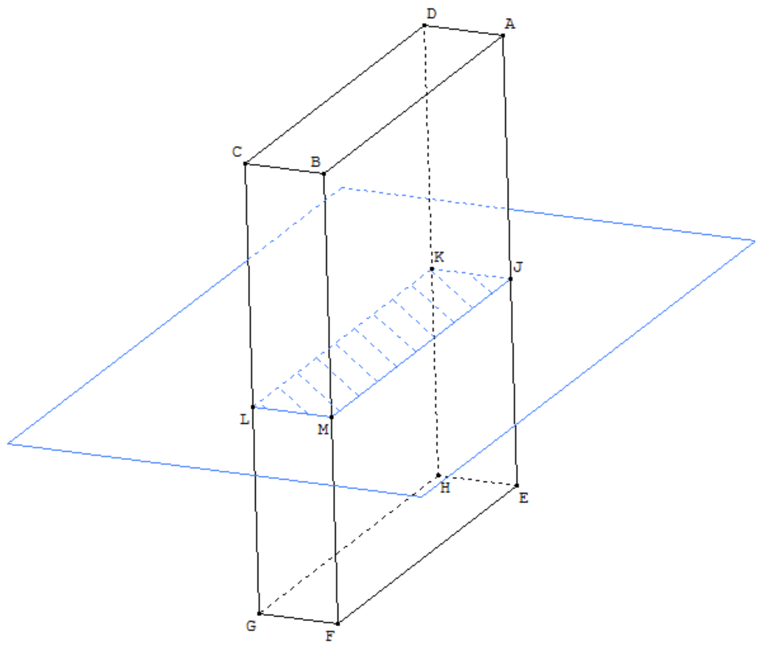
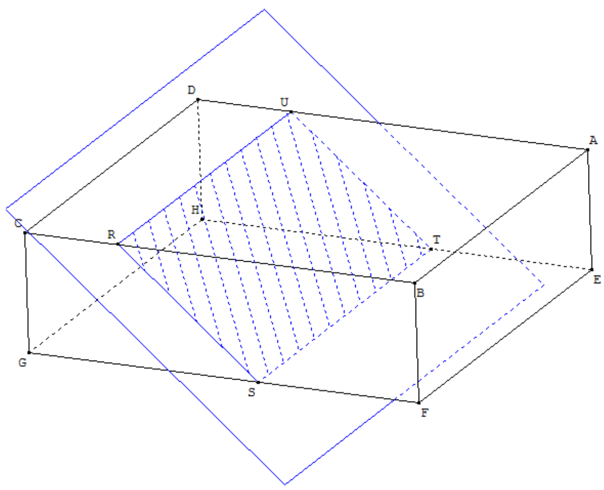
Fiche Brevet géométrie dans l'espace

Objectif : Savoir visualiser un solide dans l'espace, calculer un volume, étudier une section et appliquer les propriétés des agrandissements aux aires et volumes.

Résumé du cours :

1) Parallélépipède rectangle ou pavé droit
   - **Volume** :
     Longueur × largeur × hauteur
   - **Sections** :
     Propriété :
     La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une de ses faces est un rectangle de même nature que cette face.



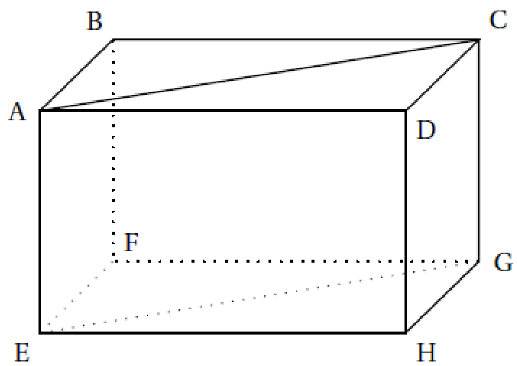


Propriété :
La section d'un pavé droit par un plan parallèle à une de ses arête est un rectangle.

Exercice 1 : *Sujet France sud juin 2004*

On considère le pavé droit ABCDEFGH représenté ci-dessous :
Observer la figure et compléter le tableau ci-dessous (annexe 1 de votre sujet). Sans justification.

OBJET	NATURE DE L'OBJET
Triangle ABC	
Angle $\widehat{ABF}$	
Quadrilatère ABFE	
Angle $\widehat{ACG}$	
Quadrilatère ACGE	

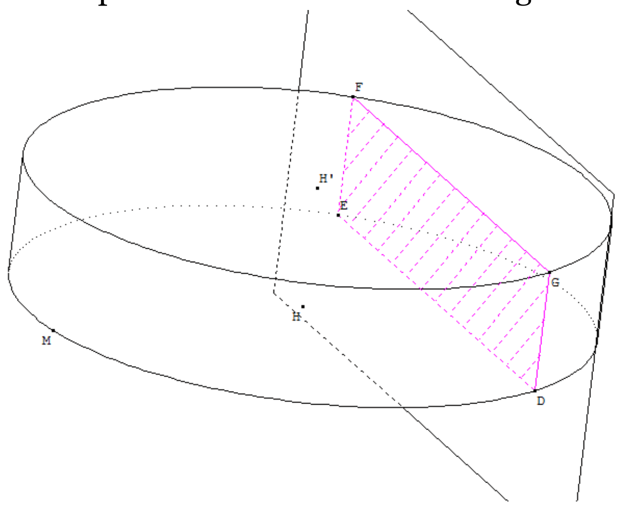


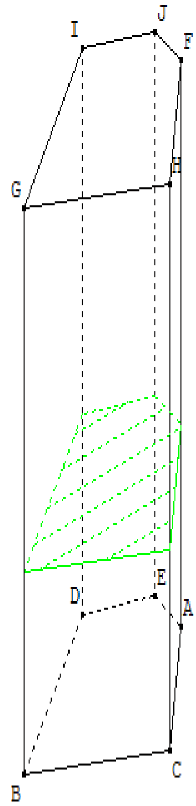
2) Prisme droit et cylindre de révolution

- **Volume :** Aire de la base × hauteur

  Et dans le cas particulier du cylindre : $\pi \times \text{rayon}^2 \times$ hauteur

- **Sections** :
  Propriété : La section d'un prisme droit ou d'un cylindre par un plan parallèle à ses bases est une figure identique à la base.





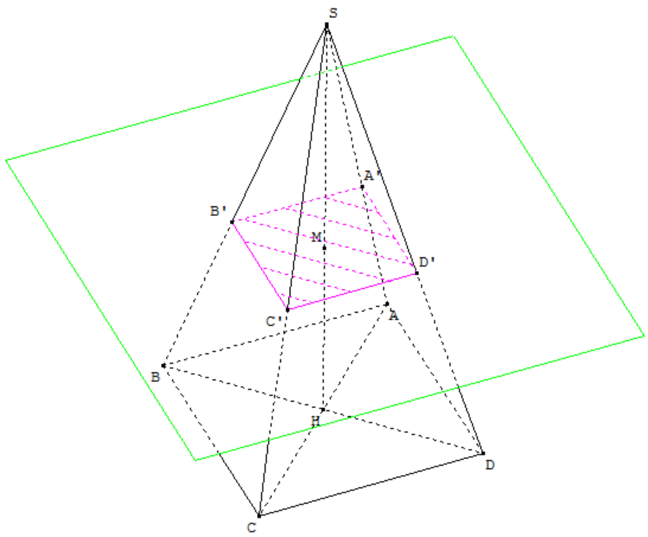
Propriété : La section d'un prisme droit ou d'un cylindre par un plan parallèle à son axe est un rectangle.

3) Pyramide et cône de révolution

- **Volume :** $\dfrac{\text{Aire de la base} \times \text{hauteur}}{3}$

  Et dans le cas particulier du cône de révolution : $\dfrac{\pi \times \text{rayon}^2 \times \text{hauteur}}{3}$

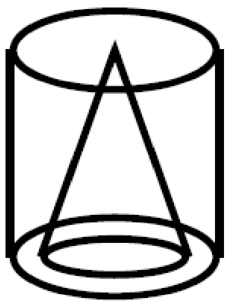
- **Section :**
  Propriété :
  La section d'une pyramide ou d'un cône de révolution est une figure de même nature que sa base.
  Et la pyramide ou le cône de révolution ainsi obtenu est une réduction du solide original.



Exercice 2: *Sujet Asie juin 2006*

On considère un cylindre en bois de diamètre 12 cm et de hauteur 18 cm.

1) Exprimer le volume du cylindre en fonction de π.
2) On creuse dans ce cylindre un cône de rayon 4 cm et de hauteur 18 cm.
   Montrer que, en cm³, la valeur exacte de la partie restante est 552π .
3) Quelle fraction du volume du cylindre le volume restant représente-t-il ?
   Exprimer cette fraction en pourcentage ; l'arrondir au dixième.

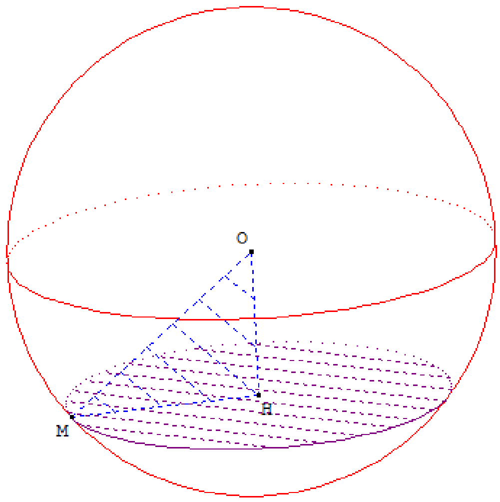


4) Sphère et boules :

- **Volume d'une boule :** $\frac{4}{3} \times \pi \times \text{Rayon}^3$

- **Aire d'une sphère :** $4\pi \times \text{Rayon}^2$

- **Section :**
  Propriété :
  Si on découpe une boule par un plan, on obtient un disque.



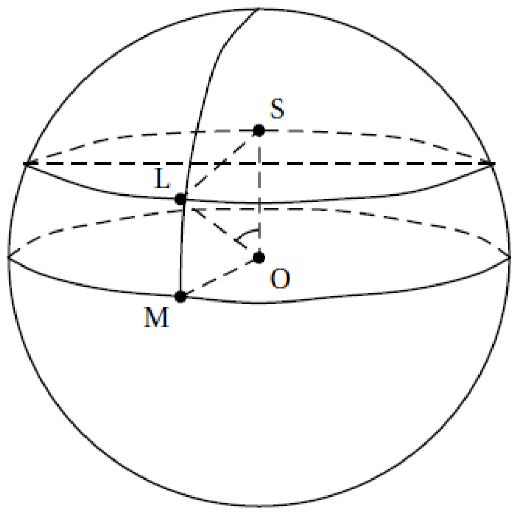
Exercice 3 :

Sujet Polynésie septembre 2005

Le dessin ci-contre représente la Terre qui est assimilée à une sphère de 6 370 km de rayon. Le cercle de centre O passant par M représente l'équateur. Le point L représente la ville de Londres. L est situé sur la sphère et sur le cercle de centre S (voir figure).
On admettra que l'angle $\widehat{LSO}$ est un angle droit. On donne OS = 4 880 km.

1) Calculer SL au km près.
2) Calculer la mesure de l'angle $\widehat{SOL}$ et arrondir au degré prés.
3) En déduire au degré près la latitude Nord de Londres par rapport à

l'équateur, c'est à dire l'angle $\widehat{LOM}$.



5) Agrandissements et réductions :

Propriété :
Si un solide est un agrandissement ou une réduction de rapport k d'un autre solide alors :

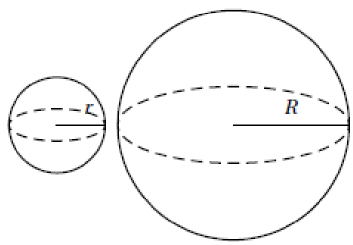
- Les aires sont multipliées par k^2.
- Les volumes sont multipliées par k^3.

Exercice 4 :

Sujet Nouvelle-Calédonie mars 2009

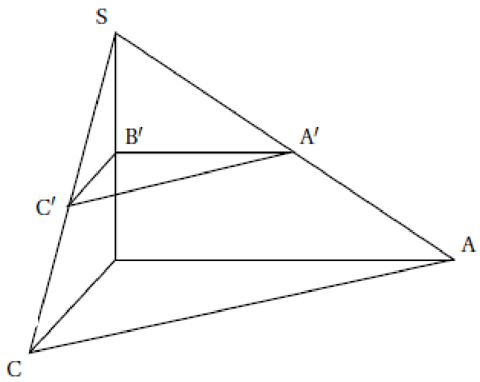
Une petite sphère a pour rayon r . Une grande sphère a pour rayon R, tel que $R = 3r$.
Soient v le volume de la petite sphère et V le volume de la grande sphère.
Quelle égalité est vraie ?

◇ Réponse A : $V = 3v$ ◇ Réponse B : $V = 9v$ ◇ Réponse C : $V = 27v$



Exercice 5: *Sujet Asie juin 2009*

La figure ci-contre n'est pas en vraie grandeur. On ne demande pas de la reproduire.



SABC est une pyramide telle que :
• la base ABC est un triangle rectangle en B,
• AC = 5,2 cm et BC = 2 cm,
• la hauteur [SB] de la pyramide mesure 3 cm.
On rappelle que la formule de calcul du volume d'une pyramide est :
$V = \frac{1}{3} B \times h$ où B est l'aire d'une base et h la hauteur associée. C

1) Construire un patron en vraie grandeur de la pyramide SABC.
2) Montrer que : AB = 4,8 cm.
3) Calculer le volume de la pyramide SABC en cm³.
4) On coupe la pyramide SABC par un plan parallèle à sa base pour obtenir une pyramide SA′B′C′ telle que SB′ = 1,5 cm. Calculer le volume de la pyramide SA′B′C′ en cm³.